

Prof. Dr. Alfred Toth

## Zahlen, Abzählen, Nummern

1. (Natürliche) Zahlen werden bekanntlich durch die 5 Peano-Axiome definiert

1.  $0 \in \mathbb{N}$
2.  $n \in \mathbb{N} \Rightarrow n' \in \mathbb{N}$
3.  $n \in \mathbb{N} \Rightarrow n' \neq 0$
4.  $m, n \in \mathbb{N} \Rightarrow (m' = n' \Rightarrow m = n)$
5.  $0 \in X \wedge \forall n \in \mathbb{N}: (n \in X \Rightarrow n' \in X) \Rightarrow \mathbb{N} \subseteq X$

Zahlen werden somit innerhalb der kategoriethoretischen Definition des Zeichens, die man aus Bense (1979, S. 53, 67) ableiten kann

$$\text{ZR} = (M \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I)))$$

lediglich durch die M-Position, d.h. die Domäne der zeicheninternen Abbildungen, repräsentiert. Zahlen haben also weder eine Bezeichnungsfunktion noch eine Bedeutungsfunktion und daher auch keine Gebrauchsfunktion.

2. Dagegen weisen die in Toth (2014a) mit dem (provisorischen) Namen "Abzählen" eingeführten Zahlen eine Bezeichnungsfunktion auf, d.h. sie enthalten von ZR die Teilrelation

$$\text{BZ} \subset \text{ZR} = (M \rightarrow (M \rightarrow O)).$$

Mit Peano-Zahlen ist es also unmöglich, die Objekte auf dem folgenden Bild



zu zählen, da sie in ihrer Form abweichen. Form gehört aber, wie Material und Funktion, zu den Qualitäten, und Qualitäten sind mittels der rein quantitativ definierten Peanozahlen nicht zählbar. Man braucht somit nicht einmal zu versuchen, eine Zitrone und eine Orange zu addieren – die beiden Zitronen im obigen Bild reichen bereits aus. Dennoch sieht jedes Kind, daß auf dem Bild zwei Zitronen sichtbar sind, d.h. es werden Nicht-Peanoahlen beim Abzählen diesen Objekten zugeordnet und daher besteht eine Bezeichnungsrelation zwischen dieser "Abzahl" genannten Zahl und ihren Referenzobjekten. Da es wahrscheinlich ist, daß Zahlen Abstraktionen aus Abzahlen sind (vgl. Bense 1983, S. 97 ff.), ist deren Relation retrosemiosis-degenerativ durch  $((M \rightarrow O) \rightarrow M)$  definierbar. Abzahlen sind also Zahlen, die Referenzobjekte und somit eine Bezeichnungs-, jedoch keine Bedeutungsfunktion und damit auch keine Gebrauchsfunktion haben.

3. Nummern fungieren sowohl arithmetisch als auch semiotisch, wie bereits in Toth (2014b) sowie in zahlreichen Einzelstudien dargestellt. Als Beispiel sollen Hausnummern wie diejenige im folgenden Bild stehen.



Gladbachstr. 43, 8044 Zürich

Diese Hausnummer zählt und bezeichnet das Haus gleichzeitig, und zwar sind nicht nur die Zählfunktion und die Bezeichnungsfunktion je bijektiv, sondern es besteht auch Bijektivität zwischen beiden Funktionen, insofern jedes Haus

als Referenzobjekt nur eine Nummer tragen darf<sup>1</sup> und die Numerierung eindeutig sein muß. Da das Haus als Referenzobjekt der Nummer ein Teilsystem eines umfassenderen Systems ist, das aus allen Häusern einer Straße besteht, ist ferner die arithmetische Funktion der Nummer zugleich kardinal und ordinal. Die semiotische Funktion der Nummer setzt somit ferner diejenige der Abzahl voraus, hat aber im Gegensatz zu dieser auch eine (konnexiale) Bedeutungsfunktion und damit ebenfalls eine Gebrauchsfunktion. Das bedeutet also, daß wir eine triadische ontisch-semiotische Relation

$$T = (\text{Zahl}, \text{Abzahl}, \text{Nummer})$$

haben, deren Relata wie folgt definiert sind

$$\text{Zahl} := (M)$$

$$\text{Abzahl} := (M \rightarrow (M \rightarrow O))$$

$$\text{Nummer} := (M \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I))).$$

Es gilt somit mengentheoretisch

$$R = \text{Nummer} \supset \text{Abzahl} \supset \text{Zahl}.$$

Literatur

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Bense, Max, Das Universum der Zeichen. Baden-Baden 1983

Toth, Alfred, Multiple Objektabhängigkeit. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012

Toth, Alfred, Die Addition qualitativ differenter Objekte aus semiotischer Sicht. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014a

Toth, Alfred, Elemente einer Theorie der Nummern. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014b

19.11.2014

---

<sup>1</sup> Ausnahmen, die in Toth (2012) besprochen wurden, betreffen Doppelnumerierungen bei Häusern, die an zwei Straßen liegen und zwei Eingänge haben.